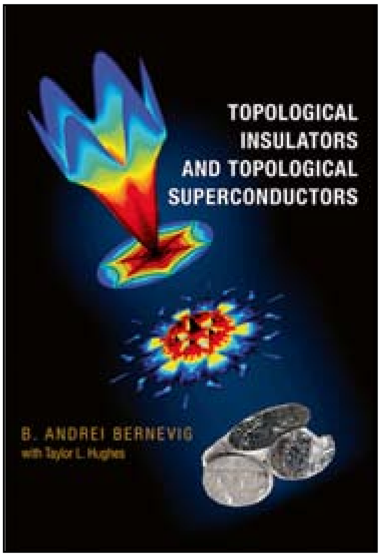

TOPOLOGICAL INSULATORS AND TOPOLOGICAL SUPERCONDUCTORS

Por B. Andrei Bernevig y Taylor L. Hughes. Princeton University Press, Princeton, 2013.

Materiales topológicos

Una introducción formal a uno de los campos más candentes en la física del siglo XXI

A pesar de ser ya una disciplina centenaria, la física cuántica sigue rodeada de cierto halo de misterio. En efecto, cuando se habla de física cuántica se piensa de inmediato en todo tipo de cuestiones metafísicas y poco en aspectos prácticos. No es de extrañar, ya que la mayor parte de los fenómenos cuánticos van en contra de nuestra intuición y no se manifiestan de manera evidente. ¿Significa esto que la física cuántica no tiene impacto en nuestra vida cotidiana? Rotundamente no. Hay multitud de ejemplos que podría usar para ilustrar esta idea, pero me centraré aquí en los grandes avances en el mundo de la electrónica y de las telecomunicaciones que ya se han hecho imprescindibles en nuestro día a día. Estos avances habrían sido imposibles sin el profundo conocimiento que hemos adquirido en las últimas décadas sobre las propiedades electrónicas de distintos materiales de interés tecnológico; conocimiento en gran parte ligado a una de las primeras aplicaciones exitosas de la física cuántica: la teoría de bandas.

En 1928, apenas un año después de que Heisenberg publicase su famoso principio de incertidumbre, Felix Bloch, su primer discípulo, defendía la tesis doctoral «Quantum mechanics of electrons in crystals and developing the theory of metallic conduction». En esta tesis, Bloch concluyó que un electrón en un sólido puede ser descrito como una onda cuántica que está modulada por el potencial periódico de la red cristalina y que, por tanto, puede ser difractado por esta. Esta difracción genera bandas electrónicas que pueden contener regiones energéticamente prohibidas, denominadas *gap* en inglés, en las que el electrón no se puede propagar. Estas brechas energéticas determinan si un material con cierta densidad electrónica es un aislante, un semiconductor, o un metal.

A pesar de ser una descripción extremadamente simplificada en muchos casos, la teoría de bandas es capaz de describir correctamente un gran número de materiales. Entre sus éxitos se cuentan no pocos materiales y dispositivos fundamentales en nuestra sociedad y en nuestra economía. Pensemos por un momento en cuán distinto sería el mundo sin los ordenadores o las telecomunicaciones inalámbricas: detrás de ellos están las tecnologías derivadas de la física de semiconductores y de los transistores.

Debido en gran parte a esos éxitos, pensábamos hasta hace poco que entendíamos bien todos los aspectos de la teoría de bandas electrónicas. Nada más lejos de la realidad: en los últimos años hemos aprendido a estudiarlas desde un punto de vista radicalmente nuevo; el de sus propiedades topológicas.

Ese original punto de vista rompe con varios paradigmas que creíamos bien establecidos y nos ha permitido descubrir nuevos materiales con propiedades que ni tan siquiera intuíamos; entre ellas, la de ser aislante en todo el volumen pero metálico en la superficie. Como veremos a continuación, estas superficies de carácter metálico son muy robustas debido a una protección topológica que permite a la corriente eléctrica fluir sin pérdidas. Esta protección aparece como resultado de un nuevo tipo de transición de fase, muy distinta de las que hallamos en termodinámica y física estadística. Vayamos por partes.

La topología es la rama de las matemáticas que estudia qué propiedades de los cuerpos geométricos permanecen invariantes cuando los deformamos de manera suave. Imaginemos que aplastamos lentamente una esfera de plastilina hasta obtener un disco. Desde el punto de vista de la topología, ambos objetos son equivalentes, pues hemos realizado esa deformación sin cortar y sin pegar. Al contrario, no podemos transformar una esfera en una rosquilla, ya que no podemos crear un agujero sin romperla. Matemáticamente, la geometría y la topología se relacionan mediante un invariante topológico que mide el número de agujeros; este se calcula de manera rigurosa mediante una integral de superficie de la curvatura geométrica.

Los conceptos anteriores no se restringen al ámbito de la geometría. De manera similar, podemos calcular integrales sobre la superficie de cierta estructura de bandas y obtener un invariante topológico denominado número de Chern. Igual que no podemos convertir una rosquilla en una esfera sin cerrar un agujero, no podemos convertir una banda normal (con número de Chern cero) en una topológica (con número de Chern no nulo) sin cerrar una brecha (*gap*). Este proceso donde el número de Chern, o cualquier otro invariante topológico, cambia al cerrar una brecha se denomina transición topológica. La consecuencia más inmediata es que un aislante topológico siempre tiene una frontera metálica (sin brecha) cuando está en contacto con un aislante normal o con el vacío.

Esas ideas empezaron a tener relevancia en física de la materia condensada con el descubrimiento del efecto Hall cuántico. En 1980, Klaus von Klitzing (premio nóbel de física en 1985) descubrió que un sistema bidimensional de electrones sometido a un alto campo magnético exhibía una resistencia Hall (el cociente entre el voltaje en una dirección y la corriente eléctrica en la dirección transversa) que estaba cuantizada en múltiplos enteros del cociente h/e^2, que solo depende de constantes fundamentales, la constante de Planck h y la carga del electrón e [*véase* «El efecto Hall cuántico», por Klaus von Klitzing; Investigación y Ciencia, mayo de 1986]. Sorprendentemente, este cociente presentaba una robustez inusual (la cuantización de la resistencia Hall tiene una precisión de más de una parte en mil millones y se usa hoy en día para determinar la carga del electrón y la unidad de resistencia) en casi cualquier tipo de muestra, independientemente del grado de desorden o de otros detalles microscópicos.

Apenas dos años después de los experimentos de Von Klitzing, un trabajo teórico demostró que la cuantización de la resistencia Hall guarda relación con el número de Chern y que, por tanto, es resultado de una fase topológica. Físicamente, el número de Chern determina el número de canales unidireccionales (quirales) que se propagan por el borde de la muestra. Debido a su quiralidad, estos canales topológicos son robustos frente al desorden y conducen la corriente eléctrica sin pérdidas. El número de Chern está a su vez asociado con ciertas fases geométricas (las fases de Berry) que adquiere la función de onda de Bloch.

A pesar de que durante mucho tiempo se pensó que estos efectos topológicos estaban restringidos a sistemas de tipo Hall, en los últimos años hemos aprendido que pueden existir materiales topológicos en tres dimensiones y en ausencia de campos magnéticos elevados. Estos avances han abierto considerablemente el abanico de posibles materiales topológicos y han hecho de este campo uno de los más punteros en la física del siglo XXI.

El libro que nos ocupa explica en dieciocho capítulos estos conceptos y avances de manera rigurosa. Los quince primeros están escritos por Andrei Bernevig, profesor de la Universidad de Princeton, y cubren en detalle todas las ideas fundamentales y la matemática subyacente a la física de los aislantes topológicos. El resto de los capítulos se deben a Taylor Hughes, profesor de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign, y se centran en los materiales topológicos que presentan una brecha de tipo superconductor.

El libro comienza con un bloque de capítulos que establecen las bases matemáticas para entender estos sistemas. Después de una breve introducción, nos adentra en las fases de Berry, la relación entre la resistencia Hall y los números de Chern, la simetría bajo inversión temporal, la correspondencia entre volumen y frontera (que establece bajo qué condiciones rigurosas un sistema posee bordes metálicos de carácter topológico) y la descripción a bajas energías de la red hexagonal del grafeno en términos de la ecuación de Dirac para electrones relativistas. Equipado con este bagaje matemático, el lector está preparado para entender en profundidad los primeros modelos de aislantes topológicos.

Históricamente, el primer modelo de aislante topológico fue propuesto por F. Duncan M. Haldane en 1988. Con él demostró que es posible obtener el efecto Hall cuántico en una red con simetría hexagonal (adelantándose en más de quince años al advenimiento del grafeno), rompiendo la simetría bajo inversión temporal pero sin crear un flujo magnético neto.

En el año 2005, Charles L. Kane y Eugene J. Mele publicaron uno de los avances decisivos en el campo: la demostración de que el efecto espín-órbita (el acoplamiento relativista del momento angular del electrón con su espín) permite la existencia de fases topológicas sin necesidad de romper la simetría bajo inversión temporal con un campo magnético. Estas fases se caracterizan por un nuevo invariante topológico, denominado Z_2, que señala la aparición de dos estados de borde con helicidad bien definida (las dos proyecciones del espín electrónico se propagan en direcciones opuestas). Estos dos estados de borde se pueden entender como dos copias del efecto Hall cuántico y dan lugar al efecto Hall cuántico de espín.

Los dos autores del libro propusieron en 2006, junto con Shou Cheng Zang, que dirigía el grupo de investigación en la Universidad Stanford, un material real (una aleación de mercurio y telurio) que podría exhibir este efecto. El grupo de Laurens W. Molenkamp, en la Universidad de Wurzburgo, recogió el guante y solo un año después anunciaba la confirmación de la propuesta teórica: las primeras medidas experimentales que demostraban el efecto Hall cuántico de espín. Debido a esta propiedad, estos materiales son muy prometedores de cara a sus aplicaciones en electrónica basada en el espín (espintrónica).

El otro gran avance del campo, el de los materiales topológicos tridimensionales, se explica con gran detalle en los últimos capítulos del primer bloque del libro. La superficie de estos materiales es similar al grafeno y también se caracteriza por tener estados con helicidad bien definida, descritos por la ecuación de Dirac en dos dimensiones. Este bloque acaba con una breve discusión sobre dos de las más importantes consecuencias experimentales de los invariantes topológicos en tres dimensiones: el efecto Hall cuántico anómalo y el efecto magnetoeléctrico topológico. Esta física se investiga en la actualidad en varios laboratorios punteros de todo el mundo, en materiales como el antimoniuro de bismuto o el seleniuro de bismuto, y puebla las páginas de publicaciones de prestigio como *Nature* y *Science*.

La última parte del libro se centra en los materiales topológicos superconductores. La peculiaridad de estos materiales es que sus estados de borde son aún más exóticos: tienen carácter de partícula de Majorana (una partícula que es igual a su propia antipartícula) y poseen una estadística cuántica denominada *anyon*. Esta se caracteriza por que, tras un intercambio de dos de estos estados de Majorana, la función de onda no se comporta ni como un fermión ni como un bosón. Además, el orden en el que efectuemos el intercambio importa. Estas propiedades podrían resultar útiles en computación cuántica topológica. La detección de partículas de Majorana en superconductores topológicos es en la actualidad otro de los temas más candentes en física de la materia condensada.

Estamos ante una obra que nos ayuda a entender este nuevo campo en física, de la mano de dos de sus protagonistas más destacados. El libro, que nació de un curso de doctorado impartido en la Universidad de Princeton, es por momentos excesivamente técnico, pero proporciona en general una visión muy profunda de la matemática subyacente a los materiales topológicos. Por el contrario, al ser este un campo que evoluciona muy rápidamente, la descripción de propiedades físicas en materiales concretos es quizás algo escueta.

Aparte de sus posibles aplicaciones, los materiales topológicos permiten estudiar todo tipo de fenómenos cuánticos relativistas y conceptos de física de altas energías en sistemas de materia condensada. Estas ideas también han permeado en otros ámbitos como la fotónica, los sistemas de átomos fríos o, como ya he mencionado, la computación cuántica. Nos hallamos sin duda ante uno de los campos más apasionantes y con mayor proyección de la física de los próximos años y que sin lugar a dudas dará lugar a grandes avances conceptuales y técnicos.

—Ramón Aguado
Instituto de Ciencia de Materiales de Madrid - CSIC