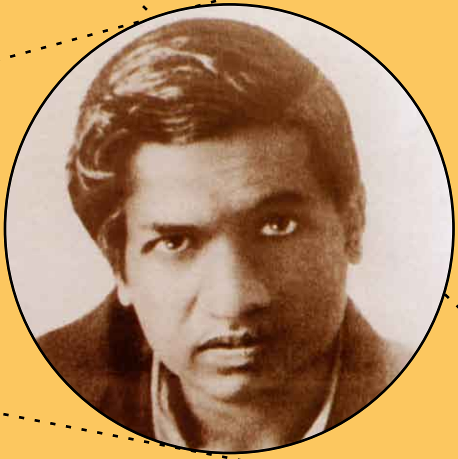
TEMAS 1

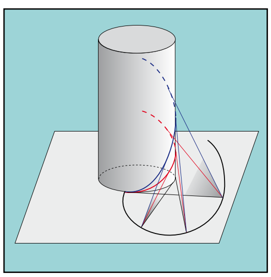
INVESTIGACION y CIENCIA

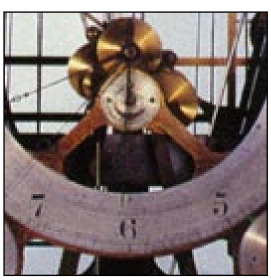
Grandes matemáticos

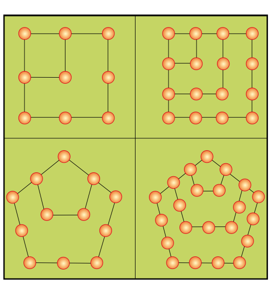


Prensa Científica, S.A.

Sumario







La creación matemática

Henri Poincaré

Ofrecemos aquí lo más sustancial de la conferencia pronunciada a principios de siglo por Henri Poincaré en la Sociedad Psicológica de París. Su testimonio es especialmente relevante porque Poincaré (1854-1912) unía a la condición de ser una de las mejores mentes matemáticas de todos los tiempos un claro interés por comprender la naturaleza del trabajo científico y por su divulgación, como lo demuestran las varias obras que publicó con esta finalidad. Las ideas de Poincaré siguen resonando en algunas propuestas recientes para mecanizar los procesos mentales superiores, con etiquetas disciplinares tan ajenas a él como "ciencia cognitiva" o "inteligencia artificial".

Cómo se geste la creación matemática es un problema que debería interesar mucho a los psicólogos. Se trata de aquella actividad en que la mente humana parece recurrir menos al mundo exterior, actuando, o pareciendo actuar, por sí y para sí, por lo que podríamos esperar que el estudio del modo de proceder del pensamiento geométrico nos adentrase en lo más esencial de la mente humana...

El primer hecho que habría de sorprendernos, si no fuese por lo acostumbrados que estamos a aceptarlo, es el de cómo es posible que haya personas que no entiendan las matemáticas. Puesto que sólo recurren a las leyes de la lógica, que toda mente normal acepta, y dado que sus pruebas se basan en principios comunes a todos los seres humanos, que nadie en su sano juicio podría negar, ¿cómo es posible que haya tanta gente refractaria a ellas?

Es comprensible que no todo el mundo tenga capacidad inventiva y puede pasar que se olvide una demostración tras haberla aprendido, pero, si pensamos en ello, sí que es muy raro que alguien no comprenda un razonamiento matemático que se le explique. Y, sin embargo, quienes no pueden seguir tal razonamiento más que con dificultad son mayoría, como atestigua la experiencia de los profesores de enseñanza secundaria.

Aún diré más: ¿cómo es posible el error en matemáticas? Una mente sana no incurre en falacias lógicas ni se trabuca en las sencillas argumentaciones que se dan en la vida ordinaria y, sin embargo, son pocos quienes pueden repetir sin equivocarse las demostraciones matemáticas, sin duda más largas, pero que, en suma, se reducen a una acumulación de pequeños razonamientos en todo parecidos a los que realizamos sin dificultad. No creo necesario añadir que ni siquiera los matemáticos son infalibles...

Por lo que a mí respecta, he de confesar que soy incapaz hasta de hacer una suma sin equivocarme... No tengo mala memoria, pero tampoco lo suficientemente buena como para ser un jugador de ajedrez destacado. ¿Por qué entonces no me falla en los momentos difíciles del razonamiento matemático, cuando la mayor parte de los ajedrecistas se perderían? Sin duda alguna porque la marcha general del razonamiento la guía. Una demostración matemática no es una simple yuxtaposición de silogismos, sino silogismos *colocados en determinado orden*, siendo este orden de colocación mucho más importante que los elementos mismos. Si tengo la sensación, la intuición, como si dijéramos, de este orden, percibo sin más el razonamiento como un todo y no tengo ya que preocuparme de que se me olvide ninguno de sus elementos, pues cada uno de ellos ocupará su parte en el elenco, sin que mi memoria tenga que hacer esfuerzo alguno.

Sabemos que esta sensación, esta intuición del orden matemático, la que nos hace adivinar armonías y relaciones ocultas, no puede ser poseída por todo el mundo. Hay quienes no tendrán esta delicada sensación, tan difícil de definir, o cuya memoria o capacidad de atención no superarán lo ordinario, lo que les incapacitará por completo para comprender las matemáticas superiores. Tal es el caso de la mayoría. No faltarán otros que, aun poseyendo la sensación en grado mínimo, estarán dotados de una memoria inusual y de una gran capacidad de atención. Estos se aprenderán de memoria los detalles, uno tras otro; podrán entender las matemáticas, y hasta aplicarlas, pero no podrán crear. Y hay quienes, en fin, poseerán en mayor o menor grado la intuición especial a la que me estoy refiriendo; éstos, no sólo entenderán las matemáticas, aunque su memoria no tenga nada de extraordinario, sino que podrán crearlas, esforzándose por inventar, empeño en el que tendrán más o menos éxito según esté de desarrollada su intuición.

¿Qué es realmente la creación matemática? No consiste en organizar nuevas combinaciones de entidades matemáticas ya conocidas. Esto es algo que cualquiera puede hacer, si bien tales combinaciones son innumerables y la mayor parte de ellas carece por completo de interés. Crear consiste precisamente en no hacer combinaciones inútiles y sí, en cambio, aquellas que son útiles, que son muy pocas. La invención es discernimiento, elección.

Es hora de adentrarse en el alma del matemático y ver qué pasa allí. Creo que lo mejor que puedo hacer en este sentido es recordar mis propias experiencias. Me limitaré a contarles cómo escribí mi primer trabajo sobre las funciones fuchsianas. Pido perdón al lector, pues he de usar algunas expresiones técnicas, pero no tiene por qué asustarse, pues no se requiere que las entienda. Si digo, por ejemplo, que encontré la demostración de tal teorema en tales y tales circunstancias, el teorema tendrá indudablemente un nombre bárbaro, desconocido para la mayoría. Pero esto carece de importancia, porque lo verdaderamente importante para el psicólogo no es el teorema, sino las circunstancias.

Durante quince días me esforcé por demostrar que no podían existir funciones como las que luego llamé fuchsianas. Entonces era muy ignorante. Me ponía cada día a trabajar en mi mesa, probaba un gran número de combinaciones durante un par de horas y no lograba nada. Una tarde bebí una taza de café, cosa que no solía hacer, y no pude dormir por la noche. Las ideas surgieron a borbotones. Las sentía chocar unas con otras, por así decirlo, hasta que se engarzaron entre sí formando una combinación estable. A la mañana siguiente ya había determinado la existencia de una clase de funciones fuchsianas, las derivadas de la serie hipergeométrica. Sólo me faltaba poner por escrito los resultados, lo que hice en pocas horas.

Quise entonces representar estas funciones como el cociente de dos series. Tal idea era completamente consciente y deliberada, habiéndome llevado a ella la analogía con las funciones elípticas. Me pregunté qué propiedades habrían de tener tales series, si existieran, y conseguí formarlas sin dificultad; a éstas les di el nombre de theta-fuchsianas.

Por entonces salí de Caen, donde a la sazón vivía, para participar en una excursión geológica organizada por la escuela de minas. Las incidencias del viaje me hicieron olvidar mis trabajos matemáticos. En determinado momento, estábamos en Coutances y habíamos de subir a un ómnibus para desplazarnos a otro sitio. Justo al poner el pie en el estribo, sin que ninguno de mis pensamientos precedentes pareciese haberla propiciado, me vino la idea de que las transformaciones que había usado para definir las funciones fuchsianas eran idénticas a las de la geometría no euclídea. No proseguí el razonamiento, ni hubiese tenido ocasión de ello, pues me senté en mi asiento y continué una conversación previa, pero estaba completamente seguro. A mi retorno a Caen lo comprobé concienzudamente, por pundonor.

Mi atención se dirigió luego al estudio de algunas cuestiones aritméticas que no parecían tener ninguna relación con mis investigaciones precedentes. No obtuve muchos resultados. Molesto por mi fracaso, me marché unos días a la costa para distraerme. Una mañana, mientras caminaba por los acantilados, se me ocurrió la idea de que las transformaciones aritméticas de fórmulas cuadráticas ternarias indeterminadas eran idénticas a las de la geometría no euclídea. El hecho volvió a tener los rasgos de la brevedad, lo inesperado y la sensación de certeza inmediata.

De vuelta a Caen medité sobre este resultado y extraje las consecuencias. El ejemplo de las fórmulas cuadráticas me mostraba que había grupos fuchsianos distintos de los correspondientes a las series hipergeométricas. Me di cuenta de que podía aplicarles la teoría de las series theta-fuchsianas y de que, en consecuencia, existían funciones fuchsianas distintas de las de las series hipergeométricas, que eran las que yo conocía. Como es natural, me puse a formular todas estas funciones. Las sometí a un ataque sistemático y fui doblegándolas, una tras otra. Quedaba una, sin embargo, que se resistía y cuya dominación hubiese significado la victoria total. Pero el único resultado inicial de mis esfuerzos fue permitirme ver con claridad la dificultad de la empresa, que no era pequeña. Todo este trabajo fue completamente consciente.

Llegó entonces el momento de que me fuese a Mont-Valérien, lugar donde había de realizar mi servicio militar. Durante un tiempo, pues, mis ocupaciones fueron bastante diferentes. Un buen día, conforme andaba por la calle, se me presentó de improviso la solución del problema que me había bloqueado. No le di más vueltas inmediatamente, pero retomé la cuestión al licenciarme. Disponía de todos los elementos y sólo me faltaba ordenarlos y encajarlos. La redacción de la memoria correspondiente la realicé de un tirón y sin dificultad.

Sería inútil repetir más casos parecidos; baste con este ejemplo.

Lo que resulta más sorprendente en principio es esta aparición de una súbita iluminación, signo inequívoco de una larga elaboración previa inconsciente. Me parece indiscutible el papel que desempeña esta elaboración inconsciente en la invención matemática, pudiendo rastreársela en otros casos menos evidentes. Suele pasar que, al trabajar en un tema difícil, los primeros intentos no den ningún resultado. Se toma entonces un descanso, más o menos largo, y se sienta uno de nuevo a trabajar. Como antes, durante la primera media hora sigue sin encontrarse nada y, de pronto, la idea decisiva se presenta por sí sola ante la mente...

Hay que hacer otra observación sobre las condiciones de esta elaboración inconsciente, a saber, la de que sólo es posible, e indudablemente sólo es fecunda, si va 1) precedida y 2) seguida por un período de trabajo consciente. Estas inspiraciones súbitas nunca se producen (como lo prueban los ejemplos mencionados) más que tras algunos días de esfuerzo voluntario, de apariencia inútil, del que no se ha obtenido nada y cuyo enfoque parece totalmente erróneo. Pero tales esfuerzos no son tan estériles como uno piensa: han puesto en marcha la maquinaria inconsciente, que sin ellos no se movería y no produciría nada...

Estos son los hechos. Veamos ahora las reflexiones a que nos obligan. El inconsciente, o, como preferimos decir, el yo subliminal, desempeña un importante papel en la creación matemática, según se deduce de lo que hemos dicho. Pero suele considerarse que el yo subliminal es puramente automático. Ahora bien, hemos visto que la tarea matemática no es meramente mecánica, que ninguna máquina, por perfecta que fuera, podría realizarla. No se trata sólo de aplicar reglas, de hacer el mayor número de combinaciones posible según determinadas leyes fijas. Las combinaciones así obtenidas serían extraordinariamente numerosas, inútiles y enrevesadas. La verdadera tarea del inventor consiste en escoger entre estas combinaciones, eliminando las inútiles o, aún mejor, no molestándose en hacerlas. Pero las reglas que guían esta elección son sutiles y delicadas en extremo, siendo casi imposible enunciarlas con precisión; se las siente más que se las formula. ¿Cómo imaginar, pues, un cedazo que las aplique de modo mecánico?

La primera hipótesis que se nos ocurre es que el yo subliminal no sea en modo alguno inferior al yo consciente; que no sea totalmente automático, sino capaz de discernimiento; que tenga tacto, delicadeza; que sepa elegir, que adivine. ¿Qué digo? Sabe adivinar mejor que el yo consciente, puesto que acierta donde el otro falla. En resumen, ¿no es el yo subliminal superior al consciente? Ya se dan cuenta de toda la importancia que tiene este asunto...

He de confesar que, por lo que a mí respecta, si los hechos que he relatado nos forzasen a una respuesta afirmativa, me sentiría muy incómodo. Veamos, pues, si su reconsideración no nos permite alguna otra explicación.

Es indudable que las combinaciones que se ofrecen a la mente en esa suerte de iluminación súbita, tras un periodo, a veces prolongado, de elaboración inconsciente, suelen ser útiles y fértiles, pareciendo ser el resultado de una primera impresión. ¿Se deduce de ello que el yo subliminal, tras haber adivinado con fina intuición la utilidad de estas combinaciones, no las haya elaborado más que a ellas? ¿O quizás elaboró muchas otras que, por su falta de interés, han permanecido inconscientes?

Si consideramos el asunto desde esta nueva perspectiva, el automatismo propio del yo subliminal haría que se elaborasen todas las combinaciones, pero sólo las interesantes lograrían penetrar en el dominio de la consciencia. Lo cual sigue siendo bastante misterioso. ¿Cómo se eligen, de entre los miles de productos de nuestra actividad inconsciente, los que pasarán la barrera? ¿Es la mera evidencia la que otorga este privilegio? Es claro que no; de entre todos los estímulos aportados por nuestros sentidos, sólo los más intensos logran nuestra atención, salvo que otras causas la dirijan hacia otros. En general, los fenómenos inconscientes privilegiados, los que pueden convertirse en conscientes, son aquellos que, directa o indirectamente, afectan más profundamente a nuestra sensibilidad emotiva.

Quizá resulte sorprendente que se recurra a la sensibilidad emotiva a la hora de dar cuenta de las demostraciones matemáticas, que, se pensaría, sólo afectan al intelecto. Esta opinión olvida la sensación de belleza matemática, de la armonía de los números y las formas, de la elegancia geométrica, que es una verdadera sensación estética, conocida por todos los matemáticos auténticos, y que, en consecuencia, pertenece a la sensibilidad emotiva.

Ahora bien, ¿cuáles son las entidades matemáticas a las que les atribuimos este carácter de belleza y de elegancia, las que pueden producirnos tal emoción estética? Son las que tienen sus elementos armoniosamente dispuestos, de tal forma que la mente puede captar sin esfuerzo su totalidad, al tiempo que percibe sus detalles. Tal armonía no sólo es satisfactoria para nuestras necesidades estéticas, sino que presta ayuda a la mente, a la que sustenta y guía, al tiempo que, al poner ante nosotros un todo bien ordenado, nos permite intuir una ley matemática... Es, pues, esta sensibilidad estética especial la que funciona como el cedazo delicado del que antes hablaba, lo que también esclarece suficientemente por qué quien no la posea no podrá ser un verdadero creador.

A pesar de todo, sigue habiendo dificultades. Tenemos que el yo consciente está gravemente limitado, mientras que no conocemos las limitaciones del yo subliminal. Esto es lo que nos permite suponer sin demasiada dificultad que haya podido elaborar en un corto espacio de tiempo muchas más combinaciones diferentes que las que podría hacer un ser consciente en toda una vida. Y, sin embargo, tales limitaciones existen. No resulta verosímil que pueda elaborar todas las combinaciones posibles, cuyo número supera lo imaginable; pero, por otro lado, tal cosa parece necesaria, puesto que, si sólo produjese una pequeña parte de las mismas y lo hiciese al azar, la probabilidad de que estuviese entre ellas la *buena* combinación, la que deberíamos elegir, sería reducida.

Puede que la explicación a esto hayamos de buscarla en ese periodo de trabajo consciente que siempre precede a toda labor inconsciente fructífera. Permítaseme un símil tosco. Imaginémonos los elementos de nuestras futuras combinaciones como algo parecido a los átomos ganchudos de Epicuro. En los periodos de reposo mental, estos átomos están inmóviles, colgados de la pared, como si dijéramos...

Por el contrario, durante un periodo de descanso aparente y de trabajo inconsciente, algunos de ellos se separan de la pared y se ponen en movimiento. Salen disparados en todas las direcciones del espacio (iba a decir de la habitación) que los contiene, como lo haría, por ejemplo, un enjambre de mosquitos o, si se prefiere una comparación más culta, como las moléculas de un gas en la teoría cinética de los gases. En tales circunstancias, sus impactos recíprocos podrían producir nuevas combinaciones.

¿Qué papel desempeña el trabajo inicial consciente? Claramente el de poner en danza algunos de estos átomos, tras haberlos separado de la pared. Nos parece que hemos perdido el tiempo porque los hemos movido de mil modos diferentes, tratando de juntarlos, y no hemos conseguido ningún agregado satisfactorio. Pero, tras esta agitación impuesta por nuestra voluntad, los átomos no se paran, sino que continúan la danza por su cuenta.

Resulta, empero, que nuestra voluntad no los eligió al azar, sino con un claro propósito, por lo que los átomos puestos en danza no son átomos cualesquiera, sino aquellos de los que razonablemente puede esperarse la solución buscada. Los impactos entre ellos, o con otros átomos inmóviles, con los que chocan en sus desplazamientos, producen las combinaciones. Vuelvo a pedir disculpas por lo tosco de la comparación, pero no se me ha ocurrido otra forma mejor de expresar lo que pienso.

Sea como fuere, las únicas combinaciones que tienen posibilidades de formarse son aquellas en las que participa como elemento uno al menos de los átomos que nuestra voluntad eligió libremente. Ahora bien, es claro que lo que he llamado la *buena combinación* se encuentra entre éstas. Quizás así se mitigue el aspecto paradójico de la hipótesis original...

Quiero terminar con otra observación. Entre las anécdotas personales que conté al principio, hablé de una noche de excitación en la que trabajé contra mi deseo. Casos como éste son frecuentes y no es imprescindible que la actividad cerebral anormal venga causada por un excitante físico, como en la circunstancia mencionada. En tales situaciones parece como si uno presenciase su propio trabajo inconsciente, que conserva su naturaleza a pesar de haberse vuelto parcialmente perceptible por la consciencia sobreexcitada. Es entonces cuando captamos de modo impreciso lo que diferencia ambos mecanismos o, si se quiere, los métodos de trabajo de ambos *egos*. Las observaciones psicológicas así realizadas me parecen ratificar, en líneas generales, las opiniones aquí expuestas.

Indudablemente es necesario que se las confirme, pues siguen siendo muy hipotéticas. Pero su interés es tanto que no me arrepiento de haberlas compartido con ustedes.

INVESTIGACION Y CIENCIA

DIRECTOR GENERAL Francisco Gracia Guillén
EDICIONES José María Valderas, *director*
ADMINISTRACIÓN Pilar Bronchal, *directora*
PRODUCCIÓN M.ª Cruz Iglesias Capón
Bernat Peso Infante
Carmen Lebrón Pérez
SECRETARÍA Purificación Mayoral Martínez
EDITA Prensa Científica, S. A. Muntaner, 339 pral. 1.ª
08021 Barcelona (ESPAÑA)
Teléfono (93) 414 33 44 - Telefax (93) 414 54 13

SCIENTIFIC AMERICAN

EDITOR John Rennie
BOARD OF EDITORS Michelle Press, *Managing Editor*; Marguerite Holloway, *News Editor*; Ricki L. Rusting, *Associate Editors*; Timothy M. Beardsley; W. Wayt Gibbs; John Horgan, *Senior Writer*; Kristin Leutwyler; Madhusre Mukerjee; Sasha Nemecek; Corey S. Powell; David A. Schneider; Gary Stix; Paul Wallich;Philip M. Yam; Glenn Zorpette.
PRODUCTION Richard Sasso
CHAIRMAN AND CHIEF EXECUTIVE OFFICER John J. Hanley
CO-CHAIRMAN Dr. Pierre Gerckens
DIRECTOR, ELECTRONIC PUBLISHING Martin Paul

DISTRIBUCION

para España:

MIDESA
Carretera de Irún, km. 13,350
(Variante de Fuencarral)
28049 Madrid Tel. (91) 662 10 00

para los restantes países:

Prensa Científica, S. A.
Muntaner, 339 pral. 1.ª – 08021 Barcelona
Teléfono (93) 414 33 44

PUBLICIDAD

Gustavo Martínez Ovín
Menorca, 8, bajo, centro, izquierda.
28009 Madrid
Tel. (91) 409 70 45 – Fax (91) 409 70 46

Cataluña y Baleares:
Miguel Munill
Muntaner, 339 pral. 1.ª
08021 Barcelona
Tel. (93) 321 21 14
Fax (93) 414 54 13

ISSN: 1135-5662
Dep. Legal: B-32.350-1995

Filmación: Tecfa. Línea Fotocomposición, S.A. Almogàvers, 189-08018 Barcelona
Fotocromos reproducidos por Scan V2, S.A., Avda. Carrilet, 237 – 08907 l'Hospitalet (Barcelona)
Imprime ROTOCAYFO, S.A. Ctra. de Caldes, km 3-Santa Perpètua de Mogoda (Barcelona)

Printed in Spain - Impreso en España

Leonardo de Pisa

Ettore Picutti

La lectura de su Libro dei quadrati *confirma la corrección y la originalidad del más grande de los matemáticos medievales, conocido también por el nombre de Fibonacci*

Las relaciones comerciales con el Oriente, iniciadas ya antes del año 1000 por las repúblicas marítimas italianas, y, después de aquella fecha, la penetración en territorios de cultura árabe por los normandos de Sicilia, por la Reconquista española y por los cruzados, posibilitaron el renacimiento de la cultura europea del siglo XII, cultura que resurgía con una impronta greco-árabe, filosófico-científica, y a la que se superpondría un siglo más tarde la impronta literaria latina.

Primordial ingrediente de aquel renacimiento fue el entusiasmo con que los estudiosos laicos y eclesiásticos de todas las partes de Europa se dedicaron a buscar documentos de la antigüedad griega traducidos al árabe y también obras árabes originales, entusiasmo del que dan una idea las tradiciones sobre el viaje de Gerberto de Aurillac a la España musulmana y sobre la conversión de Adelardo de Bath al islamismo por amor al saber, y que atestigua la presencia de italianos, ingleses, franceses y alemanes entre los traductores del árabe de la escuela de Toledo.

La matemática inició un vigoroso desarrollo con la traducción al latín de los *Elementos* de Euclides (Adelardo de Bath y Gerardo de Cremona), de las obras de aritmética y álgebra escritas a comienzos del s. IX por el persa al-Khuwariz (Adelardo de Bath, Roberto de Chester), del *De mensura circuli* de Arquímedes (Gerardo de Cremona, Platón de Tívoli), del *Liber trium fratrum* de geometría greco-árabe del s. IX (Gerardo de Cremona). Renacía con un aspecto nuevo, casi antigriega en su espíritu, no siendo ya fin en sí misma y disfrute espiritual para el *otium* del filósofo, sino deliberadamente práctica, cual la exigían los nuevos tiempos.

En este ambiente intelectual utilitario de finales del siglo XII se formó matemáticamente Leonardo de Pisa, uno de los hijos de Bonaccio. Era la época de las hazañas de Saladino y de Ricardo Corazón de León; mientras resonaba aún el eco de aquellas gestas, los mercaderes pisanos, genoveses y venecianos expandían su comercio por los puertos del Mediterráneo y del Mar Negro.

Leonardo nació en torno al 1170; era, pues, coetáneo de Santo Domingo y unos diez años mayor que San Francisco. En el prefacio de su primera obra, el *Liber abaci*, escrita en 1202, nos informa un poco sobre los comienzos de su carrera como matemático. Cuando aún era un chiquillo, su padre, que estaba al frente de la oficina de aduanas establecida por la *Ordo Mercatorum* de Pisa en Bugía, Argelia, le llamó a su lado y le hizo seguir un breve curso sobre el cálculo posicional hindú, cuyas ventajas no podían ocultársele a un experto. Así empezó a aficionarse a la matemática; aprovechó luego sus frecuentes viajes de trabajo, hechos siempre por cuenta de los mercaderes de Pisa, para conocer a los matemáticos de los países que visitaba —Egipto, Siria, Provenza, Sicilia, Grecia— trabando con ellos discusiones y certámenes (*disputationis didici conflictum*), y para estudiar a fondo los *Elementos*, que en adelante tuvo siempre por modelo de rigor lógico y de estilo.

Así nació, entre contratos y revisiones de cuentas y entre el ir y venir de las galeras pisanas, el *Liber abaci*, primer e insuperado modelo de "summa" matemática medieval, en el que, según lo declara expresamente, quiso el autor poner todo cuanto sabía de aritmética y de álgebra "a disposición de la *gens latina*, de manera que fuese bien poco lo que de tal temática pudiese quedar fuera del libro".

El título es desacertado, según opina Carl Boyer en su *Historia de la matemática*, acordándose quizá de que, para griegos y romanos y para los "maestros de ábaco" de los siglos anteriores al XII, el ábaco, ya fuese de bolas o de fichas, era un instrumento de cálculo. Leonardo, en cambio, reserva la denominación de *ábaco* para designar, en general, la aritmética-álgebra aplicada; éste era ciertamente el significado que en su tiempo se daba al término y el que se le siguió dando en Italia hasta bien entrado el s. XVIII.

Trátase de una obra colosal (459 páginas tiene la edición en 4.º hecha por Boncompagni), en la que se presentan las *novem figuræ* de los hindúes y el *signum* 0 (*quod arabice zephirum appellatur*), las operaciones con ellos en enteros y en fracciones, las pruebas por 7, 9, 11, 13 y el criterio de divisibilidad por 9, las aplicaciones para determinar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo; a continuación se dan, acompañadas de muchos problemas, reglas sobre

ETTORE PICUTTI estudió ingeniería en el Politécnico de Milán y ha trabajado en cargos directivos de empresas químicas. Como historiador de la ciencia y de la matemática ha impartido ciclos de conferencias y ha publicado una *Storia del numero* (1976), así como diversos estudios sobre la matemática medieval. Basándose en dos manuscritos del siglo XVI compuestos por el Maestro Benedetto da Firenze, ha llevado a cabo la edición en lengua vulgar, interpretada y comentada, del *Libro dei quadrati* de Leonardo de Pisa y de medio centenar de problemas de análisis indeterminado, que han puesto de manifiesto la notable aportación de los maestros de la escuela toscana a tal disciplina. Además, ha establecido reglas de formación de las familias de los números congruo-congruentes.