

# ESPECIAL

---

A close-up portrait of Albert Einstein, looking directly at the camera with a slight smile. He has his characteristic wild white hair and a mustache. He is wearing a dark, textured sweater. The background is a dark green chalkboard with faint white mathematical formulas and handwriting. The word "ESPECIAL" is written in large white letters at the top, underlined. The title "Relatividad general" is written in large white letters across the bottom half of the image.

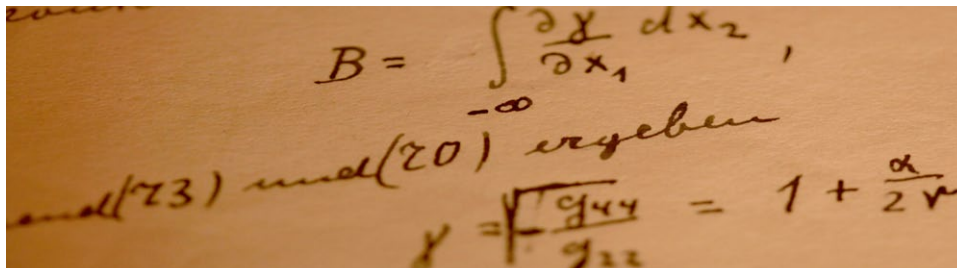
# Relatividad general

SCIENTIFIC  
AMERICAN™

INVESTIGACIÓN  
Y CIENCIA

# Relatividad general

## CONTENIDO



Una selección de nuestros mejores artículos para ahondar en la ciencia de la **relatividad general**.

### Espacio, tiempo y gravitación

Silvio Bergia

*Temas de IyC*, abril/junio 2005

### Einstein, Hilbert y la teoría general de la relatividad

Leo Corry

*Investigación y Ciencia*, noviembre 1998

### Aventuras en el espaciotiempo curvo

Eduardo Guéron

*Investigación y Ciencia*, octubre 2009

### El universo de Georges Lemaître

Dominique Lambert

*Investigación y Ciencia*, abril 2002

### La constante cosmológica

Lawrence M. Krauss y Michael S. Turner

*Investigación y Ciencia*, noviembre 2004

### Los sonidos del espaciotiempo

Craig J. Hogan

*Investigación y Ciencia*, marzo 2007

### Singularidades desnudas

Pankaj S. Joshi

*Investigación y Ciencia*, abril 2009

### Agujeros negros y muros de fuego

Joseph Polchinski

*Investigación y Ciencia*, abril 2015

INCLUYE EL ARTÍCULO

#### ¿Fuego en el horizonte?

Roberto Emparan

#### EDITA

Prensa Científica, S.A.

Muntaner, 339 pral. 1ª, 08021 Barcelona (España)

precisa@investigacionyciencia.es

www.investigacionyciencia.es

Copyright © Prensa Científica, S.A. y Scientific American, una división de Nature America, Inc.

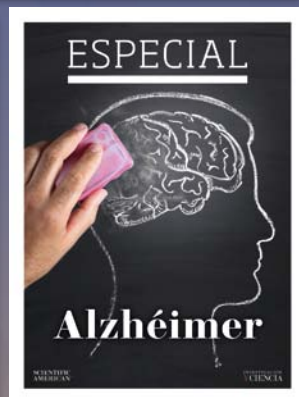
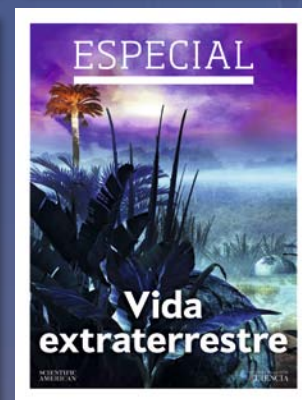
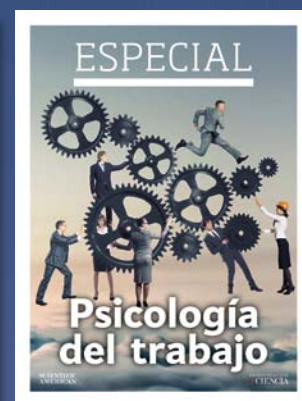
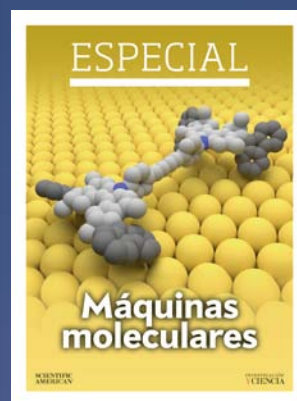
ESPECIAL n.º 14 ISSN: 2385-5657



# ESPECIAL

## MONOGRÁFICOS DIGITALES

Descubre los monográficos digitales que reúnen nuestros mejores artículos (en pdf) sobre temas de actualidad



[www.investigacionyciencia.es/revistas/especial](http://www.investigacionyciencia.es/revistas/especial)



Prensa Científica, S.A.

# Espacio, tiempo y gravitación

*En el decenio de 1910, una feliz inspiración y unas nuevas matemáticas llevan a Einstein hasta su teoría relativista de la gravitación*

1. ALBERT EINSTEIN en 1916.



**A**l repasar las consecuencias directas y el desarrollo de los trabajos de 1905, así como las contribuciones de Einstein entre 1905 y 1911, hemos dejado de lado las investigaciones que desembocaron en la que quizá sea su obra más importante y personal: la teoría de la relatividad general. Abordemos este tema y sigamos al mismo tiempo el hilo de los cambios ocurridos en la vida privada de Einstein entre 1911 y 1919. En 1911 dejó la plaza de profesor asociado en Zúrich y aceptó una cátedra en la universidad alemana de Praga, donde no se quedó más que año y medio. En enero de 1912 recibió la oferta de un contrato similar, de nuevo en Zúrich, de diez años de duración. Al comienzo del curso académico siguiente, en octubre de 1912, regresó a Suiza, pero Planck y Nernst estaban intentando ya que le diesen una plaza en Berlín.

Durante el verano de 1913, ambos visitan a su joven colega en Zúrich para exponerle su propuesta. Se le iba a elegir miembro de la Academia de Ciencias de Prusia, a la edad de 34 años, con un estipendio. Por otro lado, se le nombraría director del departamento de ciencias del recién fundado Instituto Káiser Guillermo, sin ninguna carga docente, lo que le permitiría consagrar todo su tiempo y energías a la investigación, en estrecha colaboración con los mejores físicos alemanes.

No se puede negar el atractivo de una oferta así. Que Einstein aceptara es, de todas formas, algo sorprendente, pues en su adolescencia había decidido —por razones que le parecían categóricas— abandonar Alemania para siempre. Pero como dijo el rey Enrique IV de Francia, París bien vale una misa, y eso debió de pensar Einstein, aunque exigió expresamente que no se le obligase a recuperar su nacionalidad alemana. Entre tanto, su matrimonio se había deteriorado sin remedio. Disponemos de las cartas que le envió a Mileva en esta época, en las que se expresa con una dureza de sentimientos inhabitual, que no le dejan en muy buen lugar. El mensaje es inequívoco: si quieres quedarte cerca de mí, arréglatelas para no suponerme una carga. A pesar de todo, cuando se traslada a Berlín en 1914 se lleva con él a su familia, pero ya al verano siguiente Mileva parte con sus hijos a Zúrich. Es el fin del matrimonio, al que pone término oficialmente un divorcio de común acuerdo en 1919. El mismo año, Einstein se casa con su prima segunda Elsa, a su vez divorciada y con dos hijas de un matrimonio anterior.

Huelga decir que el traslado a Berlín tiene lugar en una situación muy especial. Lo que en el mes de julio no era sino una guerra balcánica, se convierte en agosto de 1914, en un conflicto mundial. Un episodio que concierne a Einstein esclarece sus reacciones frente a los problemas políticos. Durante la primera fase del conflicto, las personalidades alemanas más eminentes redactan un manifiesto donde declaran, entre otras cosas, que la cultura alemana y el militarismo son una sola y única realidad. Este manifiesto celebra igualmente la hondura de la ciencia alemana, que contrasta con la ligereza y la superficialidad de la ciencia francesa y anglosajona. En este clima, que cuando menos habría que calificar de enrarecido, Einstein apoya la iniciativa de un cole-



ga que prepara una contradecларación pacifista, el *Manifiesto a los europeos*. Einstein es uno de los escasos firmantes, lo que provoca su aislamiento en los medios académicos alemanes.

Comentó la invitación a Berlín en estos términos: “Los berlineses especulan conmigo como si fuera una gallina ponedora de primera clase, ¡pero yo no sé todavía si soy capaz de poner huevos!” Este temor no está de ningún modo justificado, pues desde 1907 trabaja sobre un tema de gran calado.

La relatividad general tiene fama, todavía hoy, de ser extremadamente difícil, tanto desde el punto de vista de los conceptos sobre los que se basa como por el formalismo utilizado. Lo que no se dice es que la manera en que el propio Einstein llegó a esta teoría lo complica todo aún más. El camino está plagado de ambigüedades, de trampas y de cuestiones sin resolver. Intentaremos seguir la misma trayectoria de Einstein, paso a paso y por orden.

### Caída libre

Einstein empieza a reflexionar sobre una teoría relativista de la gravitación en 1907. En un congreso celebrado en Kioto a finales de 1922, contó lo siguiente:

*Estaba sentado en mi silla de la Oficina de Patentes de Berna cuando, de repente, tuve una idea: una persona en caída libre no siente su propio peso. Me quedé atónito. Esta simple experiencia imaginaria me produjo una honda impresión y me condujo a la teoría de la gravitación.*

En un manuscrito inédito de 1919, hablará de “la inspiración más feliz” de su vida. Engarzaba en él una serie de consideraciones; las retomaremos aquí para intentar desbrozar la cadena de razonamientos que transformaron una observación que parecía banal en una idea tan “feliz”.

Examinemos previamente la afirmación de Einstein: “La caída libre anula el peso.” ¿Qué se quiere decir cuando se afirma que un objeto pesa una cierta cantidad de determinadas unidades? La física se limita, y así debe ser, a dar a este tipo de preguntas respuestas operativas. Un físico colgaría un dinamómetro del techo de su laboratorio y del mismo suspendería el objeto, o bien —de modo aún más simple— lo colocaría sobre el platillo de una balanza afianzada en el suelo. Para seguir el ejemplo de Einstein, un objeto en un ascensor con el cable roto, o en un satélite artificial (al que se puede considerar en caída libre en el campo gravitatorio terrestre), no tiene ningún peso, pues no provoca elongación alguna en el dinamómetro, sea cual sea la pared de la que penda. De la misma manera, el objeto no desplazará el indicador de la balanza, se la coloque donde se la coloque. La condición de la carencia de peso adquiere así una significación clara y práctica.

Si nos detenemos aquí, no habremos aún abierto el camino hacia algo nuevo. Pero probemos a darle a la ausencia de peso toda su importancia. En esas circunstancias, sobre un objeto ingrávito no actúa ninguna fuerza. ¿Por qué empeñarse en ver en una caída la acción de una fuerza? ¿Por qué no dar primacía a las indicaciones operativas? ¿Por qué no considerar la ingravidez como un movimiento libre de toda restricción? Veamos a dónde lleva esta idea.

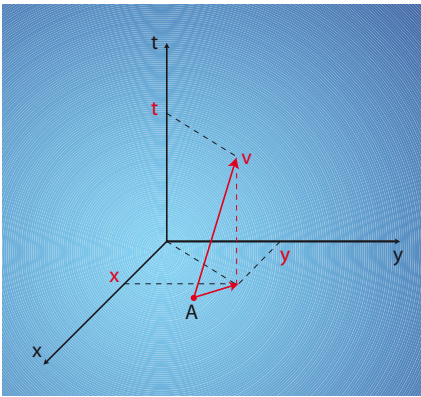
A primera vista, parece absurda: un satélite artificial no se mueve libremente porque está sometido a la gravedad terrestre. Además, su trayectoria es curva; su movimiento se halla sujeto a aceleraciones. Si está sujeto a aceleraciones, ¿cómo no va a sufrir el satélite una fuerza? Para entender la nueva idea, hay que cambiar de golpe la visión global del problema, algo más frecuente de lo que pueda parecer en física. Aquí, la alternativa consiste en suponer que la gravitación no es una fuerza: los movimientos inducidos únicamente por la gravitación resultan entonces movimientos libres, en un sentido que debe-



2. EINSTEIN, SU SEGUNDA ESPOSA ELSA (1876-1936) y su hijastra Margot, en 1929.

3. EN ESTAS SILUETAS que Einstein recortó para la fiesta de Navidad de 1919, se representó a sí mismo, a Elsa, y a las dos hijas de ésta, Ilse y Margot.





**4. LA VELOCIDAD A LA QUE UN PROYECTIL es propulsado en el plano  $(x, y)$  a partir de un punto  $A$  se representa aquí por dos coordenadas espaciales y una coordenada temporal: la flecha en el plano  $(x, y)$  representa la parte espacial del vector y la línea roja punteada su componente temporal. El vector constituye un elemento del espaciotiempo, definido por las coordenadas  $(x, y, t)$ .**

**5. EL MATEMÁTICO MARCEL GROSSMANN (1878-1936), en 1920.**



mos explorar, y los movimientos libres no son ya necesariamente rectilíneos o uniformes.

Podemos concretar estas ideas (de modo cualitativo y aproximado, por el momento) en el planteamiento la siguiente: el efecto de la gravedad que ejerce un cuerpo (por ejemplo, el Sol) consiste en una modificación de la geometría del espacio que lo circunda. El movimiento de un cuerpo (la Tierra, digamos) sigue una línea “recta” (en el sentido de que es la distancia más corta entre dos puntos) en la geometría así modificada. Charles Misner, Kip Thorne y John Wheeler acuñaron una formulación retórica de esta idea en su obra *Gravitation*: “El espacio actúa sobre la materia y le indica cómo se debe desplazar. Recíprocamente, la materia actúa sobre el espacio y le indica cómo debe curvarse”.

Henos aquí en el núcleo mismo de una nueva teoría de la gravitación, donde el movimiento de los cuerpos queda enteramente determinado por la geometría del espacio. Un requisito de la teoría es que el movimiento no dependa de la masa; según nuestros conocimientos actuales, se satisface. Sin embargo, aparece una notoria dificultad: según la mecánica clásica, la trayectoria de un cuerpo que parte de un punto dado está definida por su posición y su velocidad iniciales. Entiéndase bien: se trata de la velocidad y no sólo de la dirección inicial del movimiento: además de una dirección, la velocidad consta también de una magnitud. En esta nueva teoría de la gravitación, el movimiento del cuerpo quedaría determinado por la geometría del espacio resultante de la acción de otras masas. La dirección de la velocidad, dada por la tangente a la trayectoria del cuerpo en un punto, pertenece a la geometría del espacio, pero su magnitud (o módulo) depende, al igual que la masa, del cuerpo, y no del espacio. Mas la trayectoria del cuerpo es función no solamente de la dirección de la velocidad, sino también del valor inicial de ésta... con lo que volvemos al punto de partida: nuestra tentativa de enunciar la gravedad como un problema de geometría espacial ha fracasado.

### La curvatura es la gramática de la gravedad

Felizmente, existe una solución: considerar que la gravedad actúa en un continuo que posee una dimensión suplementaria, el tiempo. En este “espacio” (las comillas indican que hablamos a partir de ahora en un sentido lato), la velocidad de propulsión de un proyectil a partir de un punto dado en una dirección del plano  $x, y$  posee una componente de tiempo, que se representa en un sistema de coordenadas espaciotemporal (véase la figura 4). ¿Cuál es la geometría de este “espacio” sobre el cual, recordémoslo, actúa la gravedad? Minkowski aclaró que el espaciotiempo, tal como se ha definido, posee propiedades geométricas pseudoeuclídeas. Supondremos con Einstein que el continuo cuya geometría ha modificado la gravitación es el espaciotiempo de Minkowski.

La hipótesis cambia, pues; la formulación de Misner, Thorne y Wheeler debe rectificarse para que rece así: “El *espaciotiempo* actúa sobre la materia y le indica cómo se debe desplazar. Recíprocamente, la materia actúa sobre el *espaciotiempo* y le indica cómo debe curvarse”.

Desde este momento, la geometría ya no determina las trayectorias de los cuerpos (en el sentido de su movimiento en el espacio habitual de tres dimensiones), sino “trayectorias” en el espaciotiempo denominadas “líneas de universo”. Las líneas de universo descritas por los cuerpos en caída libre corresponden a las “rectas” de la geometría del espaciotiempo, determinada por las masas. A estas rectas las llamaremos “geodésicas”.

La relevancia de esta modificación se despliega en toda su amplitud cuando nos representamos el movimiento de un cuerpo, así el movimiento de un planeta en torno al Sol. Según la primera hipótesis (un espacio curvado por la gravedad), podemos pensar que la órbita del planeta en torno al Sol es una

geodésica. Esta geodésica dibujaría, por tanto, una elipse que, según nuestra intuición, encontraríamos fuertemente curvada. Según la segunda hipótesis, la correcta (un espaciotiempo curvado por la gravedad), la geodésica es una línea de universo en el espaciotiempo, tal como la representada en la figura 6. La órbita corresponde a la proyección de la geodésica, para un intervalo de tiempo igual a una revolución, en un plano perpendicular al eje del tiempo. Entra ahora dentro de lo razonable que la curvatura del espacio en sí sea muy pequeña.

Hay otro aspecto a subrayar: si este programa se puede llevar a cabo, no sólo se engloba la gravitación a la geometría, no sólo se “geometriza la gravedad”, sino que se formula también una teoría *relativista* de la gravedad.

¿Cuál es, por otra parte, la relación entre la teoría de la relatividad restringida y la teoría de la relatividad general? Se puede definir, en un entorno espaciotemporal infinitamente pequeño en derredor de cada punto, o mejor, de cada suceso, un sistema de referencia en el que las leyes de la física toman la forma prevista por la teoría de la relatividad restringida. La geometría de esta ínfima porción de espaciotiempo se ajusta a la descripción dada por Minkowski: como los campos de fuerza no son uniformes en general, la geometría se ve modificada de un dominio finito a otro del espaciotiempo.

La relatividad restringida es una teoría del continuo espaciotemporal en ausencia de la gravitación; la relatividad general, una teoría del continuo espaciotemporal en presencia de la gravedad. Esta última engloba la relatividad restringida, en el sentido de que conserva su validez local.

### No hay relatividad general sin matemáticas

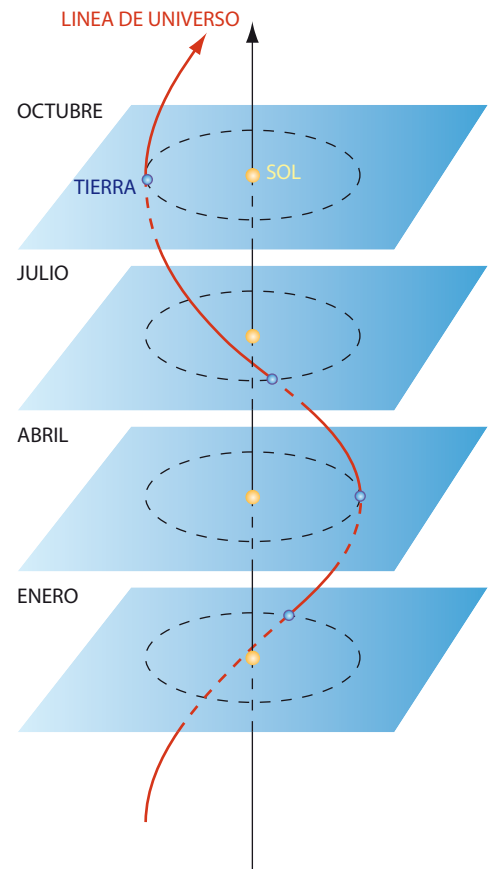
De las nociones recogidas hasta aquí se desprende un programa de trabajo: 1) determinar, a partir de una geometría dada del espaciotiempo, las líneas de universo del cuerpo estudiado; 2) determinar, a partir de una distribución dada de materia en un dominio del espaciotiempo, la geometría que se induce en éste.

La geometría buscada es, por regla general, la geometría de un espaciotiempo “curvo”. Como debe precisarse qué se entiende por curvatura, los instrumentos matemáticos necesarios para la elaboración de esta nueva teoría han de buscarse en las matemáticas de la geometría no euclídea; en efecto, el espacio de la geometría euclídea es plano y la curvatura nos aparta de ella.

Este capítulo de las matemáticas fue escrito a lo largo del siglo XIX por Karl Gauss, Nicolai Lobatchevski, Janos Bolyai y, sobre todo, Bernhard Riemann. El problema consiste en trasladar al espaciotiempo los resultados obtenidos por Riemann para superficies puramente espaciales: la geometría minkowskiana pseudoeuclídea reemplaza a la geometría euclídea como geometría de base que la gravitación modifica.

Persisten, empero, dificultades. Las ecuaciones de la teoría son ecuaciones diferenciales. Se requiere, por ende, definir un cálculo diferencial para una variedad espaciotemporal no euclídea. Este capítulo esencial de las matemáticas también se había desarrollado con anterioridad. El adelantado en este campo fue el matemático italiano Gregorio Ricci-Curbastro, quien —entre 1887 y 1888— sentó los cimientos de lo que denominó “cálculo diferencial absoluto”. Otros científicos, haciendo hincapié en la naturaleza de los tensores, entes matemáticos que se manejan en este tipo de cálculo, lo llamaron “cálculo tensorial”. Ricci-Curbastro escribió en 1902, en colaboración con su alumno Tullio Levi-Civita, un detallado artículo en francés sobre el tema.

En 1912, Einstein llegó más o menos a dicha conclusión. Percibe cuál es el tipo de problema geométrico-matemático que debe resolver, pero sólo cuenta con vagas nociones sobre la manera de continuar. Desesperado, le



6. MOVIMIENTO DE UN CUERPO en el continuo del espaciotiempo einsteiniano: la figura muestra la línea de universo de la Tierra en su movimiento alrededor del Sol. Las superficies azules indican la posición de la Tierra a lo largo de los meses.