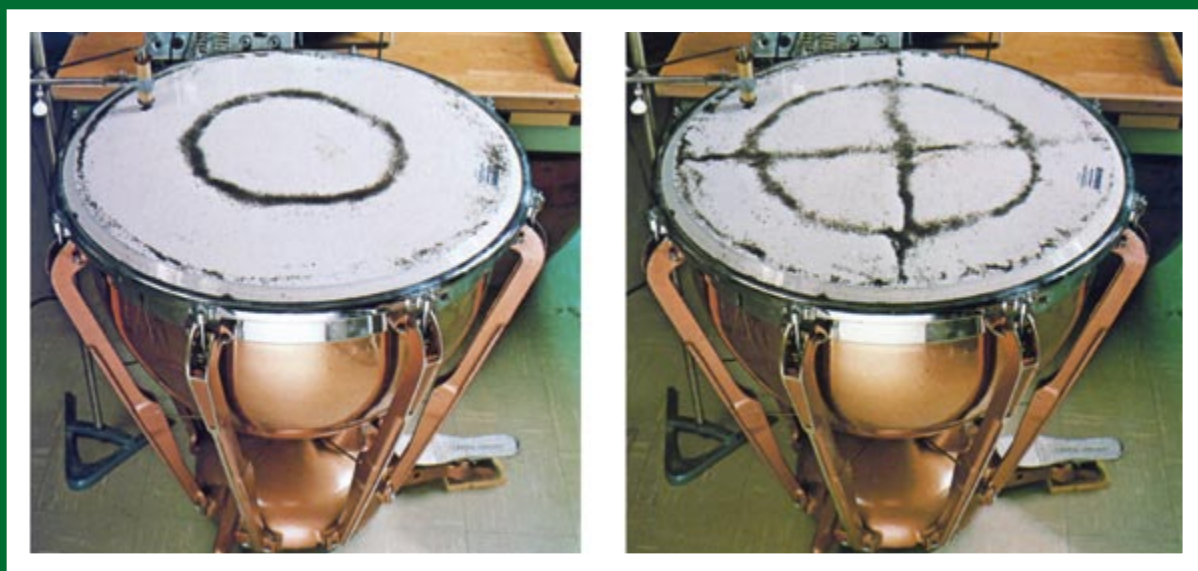


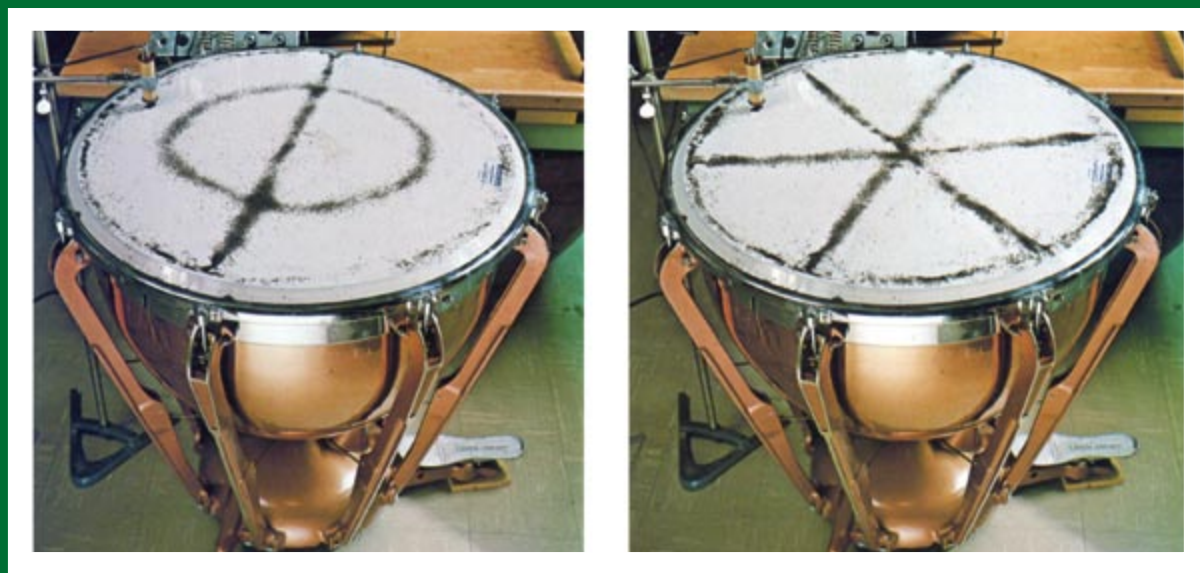
TEMAS 21

INVESTIGACION *y* CIENCIA

Edición española de **SCIENTIFIC AMERICAN**



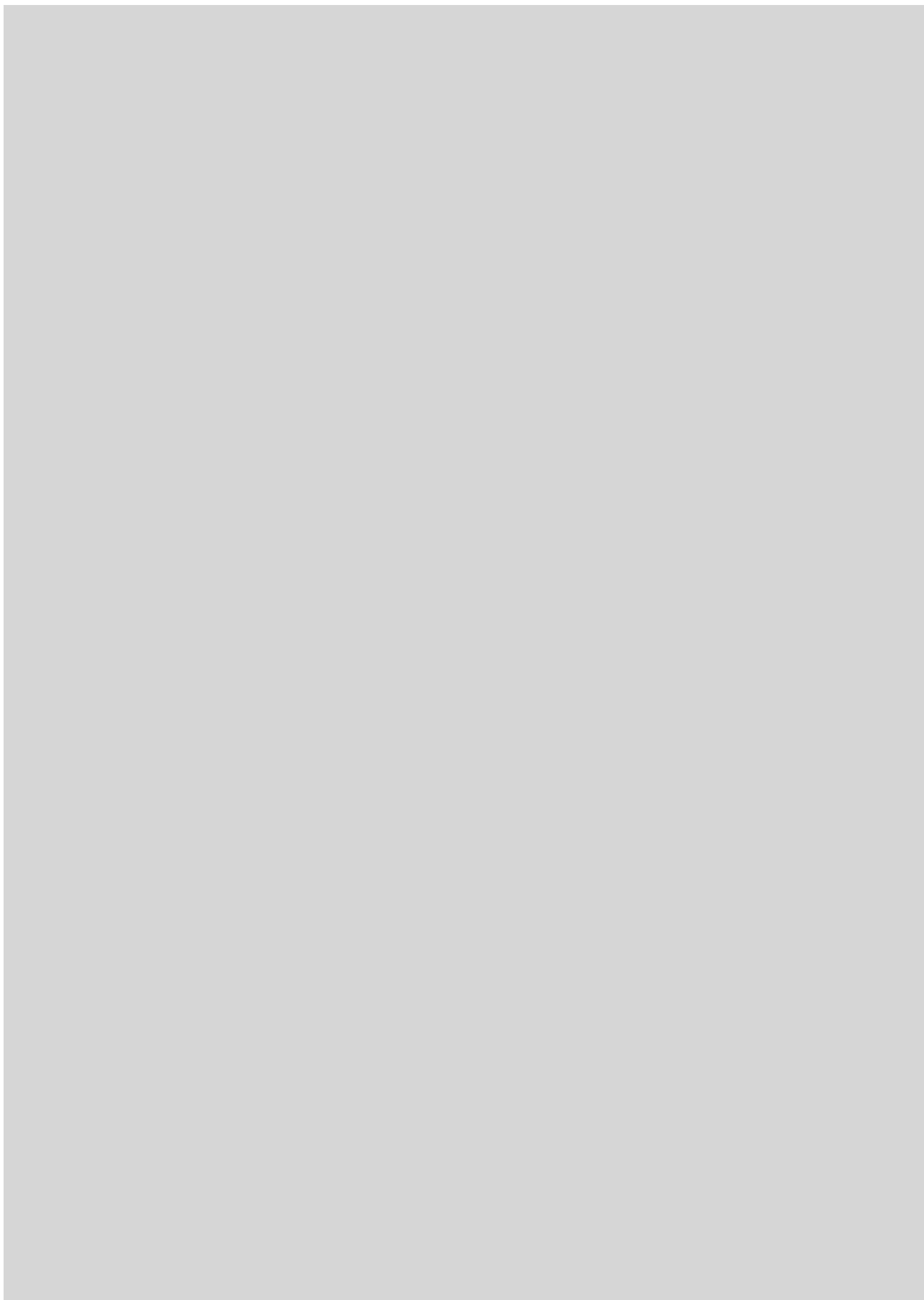
Acústica musical



3er trimestre 2000



P.V.P. 1000 PTA. 6,01 EURO



Sumario

- 2 Física de las cuerdas frotadas**
John C. Schelleng
- 12 Física de los tubos de órgano**
Neville H. Fletcher y Suszanne Thwaites
- 24 Física de los timbales**
Thomas D. Rossing
- 32 Vibraciones acopladas de las cuerdas del piano**
Gabriel Weinreich
- 42 La acústica del clavicémbalo**
Edward L. Kottick, Kenneth D. Marshall y Thomas J. Hendrickson
- 48 Acústica de las tablas del violín**
Carleen Maley Hutchins
- 60 Interpretación de la trompeta barroca**
Don Smithers, Klaus Wogram y John Bowsher
- 68 Acústica de las antiguas campanas chinas**
Sinyan Shen
- 78 La acústica del canto**
Johan Sundberg
- 87 Los cantores difónicos de Tuva**
Theodore C. Levin y Michael E. Edgerton
- 94 Creando formantes**
George Musser
- 95 El ordenador, instrumento musical**
Max V. Mathews y John R. Pierce
- 104 Música por ordenador**
Pierre Boulez y Andrew Gerzso
- 112 Lectoras de discos compactos**
Ken C. Pohlmann



Física de las cuerdas frotadas

John C. Schelleng

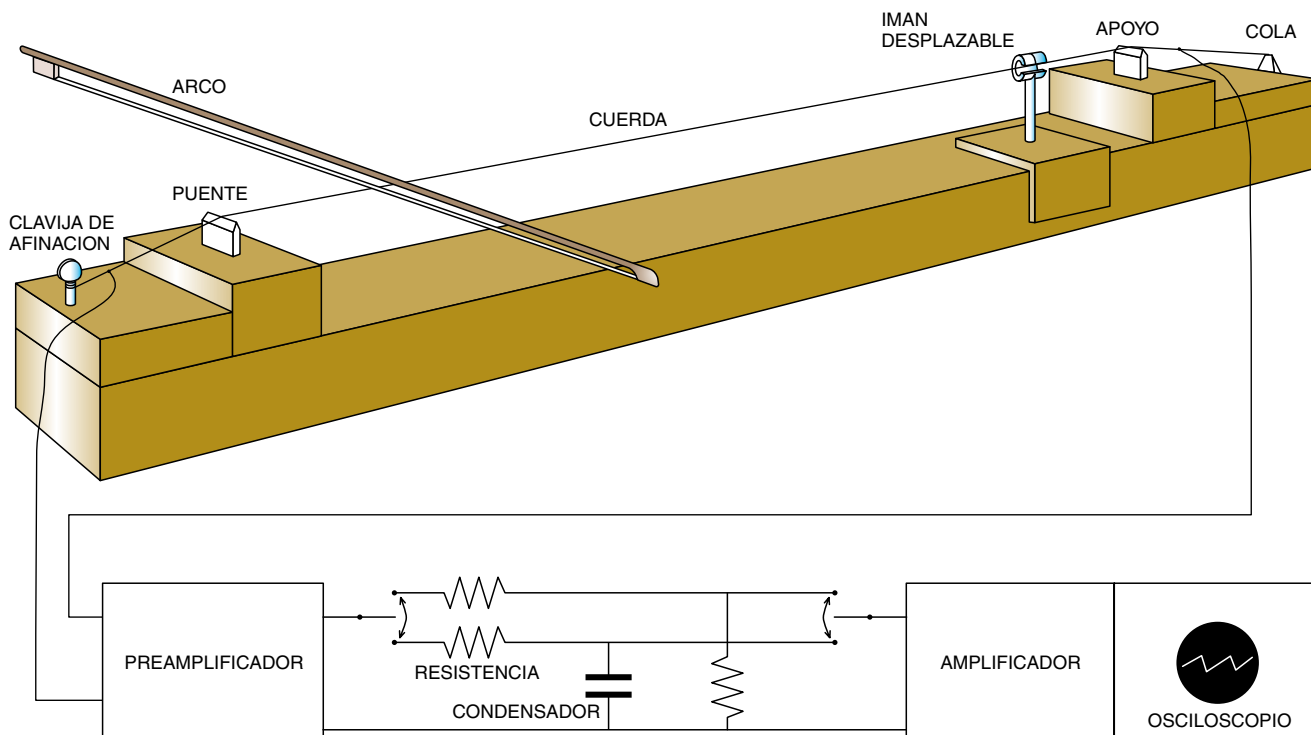
¿Qué sucede cuando se pasa el arco sobre las cuerdas de un violín? Los conceptos de la teoría de circuitos eléctricos permiten comprenderlo y la instrumentación electromagnética ayuda a verlo

El corazón de los violines y de los instrumentos con él empantados, el centro del que surge el flujo acústico, la vida real de la música que producen, es una cuerda tocada por un arco. La cuerda —con su manera de reaccionar a las acciones de los dedos y del arco, con su agradable docilidad y hasta con los problemas que plantea y obliga a resolver al intérprete— desempeña el papel principal a la hora de definir la identidad musical de esta familia de instrumentos. Conceptualmente es un elemento muy sencillo, si bien su fabricación requiere un cuidado extremado, ya que tiene

que ser flexible, uniforme y resistente. A pesar de tal simplicidad, su comportamiento bajo los efectos del arco presenta muchos aspectos oscuros. Pero el conocimiento de los aspectos físicos implicados, por elementales que sean, puede resultar muy útil para el intérprete.

Entre los muchos escritos publicados por Hermann von Helmholtz, que abarcan temas de fisiología, anatomía, física y bellas artes, hay uno titulado “Sobre la acción de las cuerdas de un violín” publicado en los anales de la Sociedad Filosófica de Glasgow en 1860. Hasta aquel entonces poco se

conocía sobre lo que realmente sucedía cuando una cuerda era tocada por un arco. El procedimiento utilizado por Helmholtz es un buen ejemplo de cómo un experimento bien concebido, combinado con unas matemáticas muy sencillas, puede aclarar un problema que ninguno de ambos métodos permite resolver por sí solo. Actualmente llamaríamos osciloscopio al aparato utilizado por Helmholtz; él lo llamaba “microscopio de vibraciones” y atribuía su invención al físico francés Jules Antoine Lissajous. Este instrumento permitía observar un grano de almidón sujeto a una cuerda negra, que se ponía



1. MONOCORDIO, una disposición experimental muy sencilla utilizada por el autor para estudiar los movimientos de una cuerda frotada por un arco. Consiste en una cuerda eléctricamente conductora montada entre dos grandes puentes asentados sobre una base firme. El movimiento de la cuerda a través del campo magnético de un imán desplazable genera una señal de salida que puede ser amplificada

y presentarse en la pantalla de un osciloscopio (véase el diagrama del circuito en la parte inferior). Con los dos interruptores en la posición superior el sistema ofrece la velocidad de la cuerda; cuando se encuentran en la inferior se representa su desplazamiento. La cuerda se puede tocar con un arco manual, con otro accionado por un péndulo o mediante un arco rotatorio.

en movimiento mediante la acción del arco. El objetivo del microscopio se montaba al extremo de un diapasón de brazos largos, que vibraba lentamente y se situaba paralelo a la cuerda. Cuando las vibraciones de la cuerda y del diapasón tenían la relación adecuada, podía verse una “curva de Lissajous”, una forma de oscilograma que indicaba las posiciones que la partícula de almidón iba adoptando durante el período de vibración del diapasón. Observaciones parecidas del movimiento realizadas en otros puntos de la cuerda le proporcionaron la base experimental necesaria para formular una descripción matemática del movimiento de la cuerda.

Según escribió, “durante la mayor parte de cada vibración la cuerda es arrastrada por el arco. De repente se separa de él y rebota, para volver a ser enganchada por otra parte del arco, que continúa impulsándola”. La representación gráfica de la posición del grano de almidón en función del tiempo le permitió observar que bastaban líneas rectas para representar todos sus puntos, salvo uno. Con independencia del punto que se observase de la cuerda o sobre el que se aplicase el arco, un período de vibración se representaba siempre mediante dos líneas rectas en forma de zigzag (véase la figura 2). Las duraciones de los dos semiperíodos en que se subdividía la vibración guardaban siempre la misma proporción que las longitudes de los segmentos en que el punto de observación dividía la cuerda.

El simple hecho de observar la cuerda más grave de un instrumento cuando se aplica el arco con fuerza ya permite ver algo: parece ensancharse hasta formar una banda delimitada por dos curvas continuas (véase la figura 3). (La posición central de vibración de la cuerda también se desplaza un poco hacia un lado por la fuerza media ejercida por el arco en la dirección de su movimiento.) Helmholtz descubrió matemáticamente que los contornos son en realidad parábolas, aunque la levedad de su curvatura las confunde con arcos de círculo. Pero sería un error suponer que la cuerda misma asuma esta forma en ningún momento. La forma que adopta la cuerda en cada momento es la que tendría si se la estirase lateralmente con el dedo hasta determinado punto de la curva; es una línea recta que tiene un codo muy pronunciado en un punto. El codo se desplaza por todo el borde a cada vibración; en el caso de la cuerda *la libre* del violín lo hace 440 veces por segundo, por ejemplo. Si Helmholtz hubiera podido

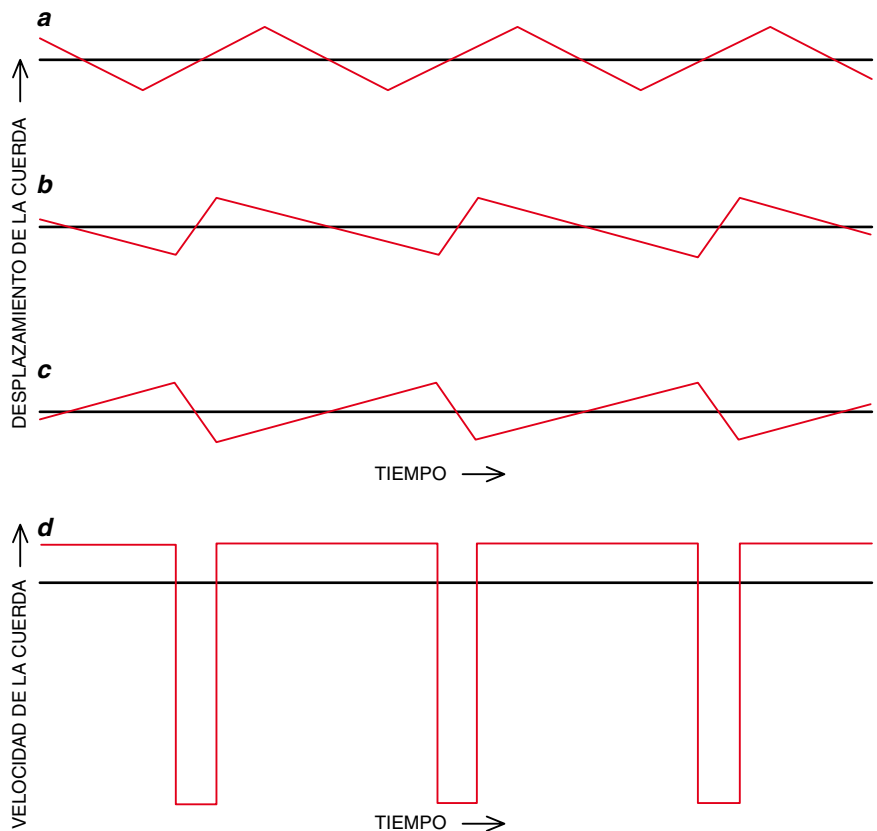
observar la cuerda con una luz estroboscópica, el borde habría desaparecido y hubiese visto la cuerda como una línea recta acodada. Cuando el sentido de la aplicación del arco a la cuerda es hacia adentro, el movimiento del codo por el borde pasa de antihorario a horario (en el sentido de las agujas del reloj).

La velocidad lateral de cualquier punto de la cuerda adopta dos valores que se alternan, desiguales en magnitud y de signo contrario. La consecuencia es que al típico desplazamiento en zigzag le corresponde una curva de velocidades que tiene forma rectangular. La razón entre las dos velocidades alternas es la misma que hay entre las longitudes determinadas en la cuerda por el punto de observación.

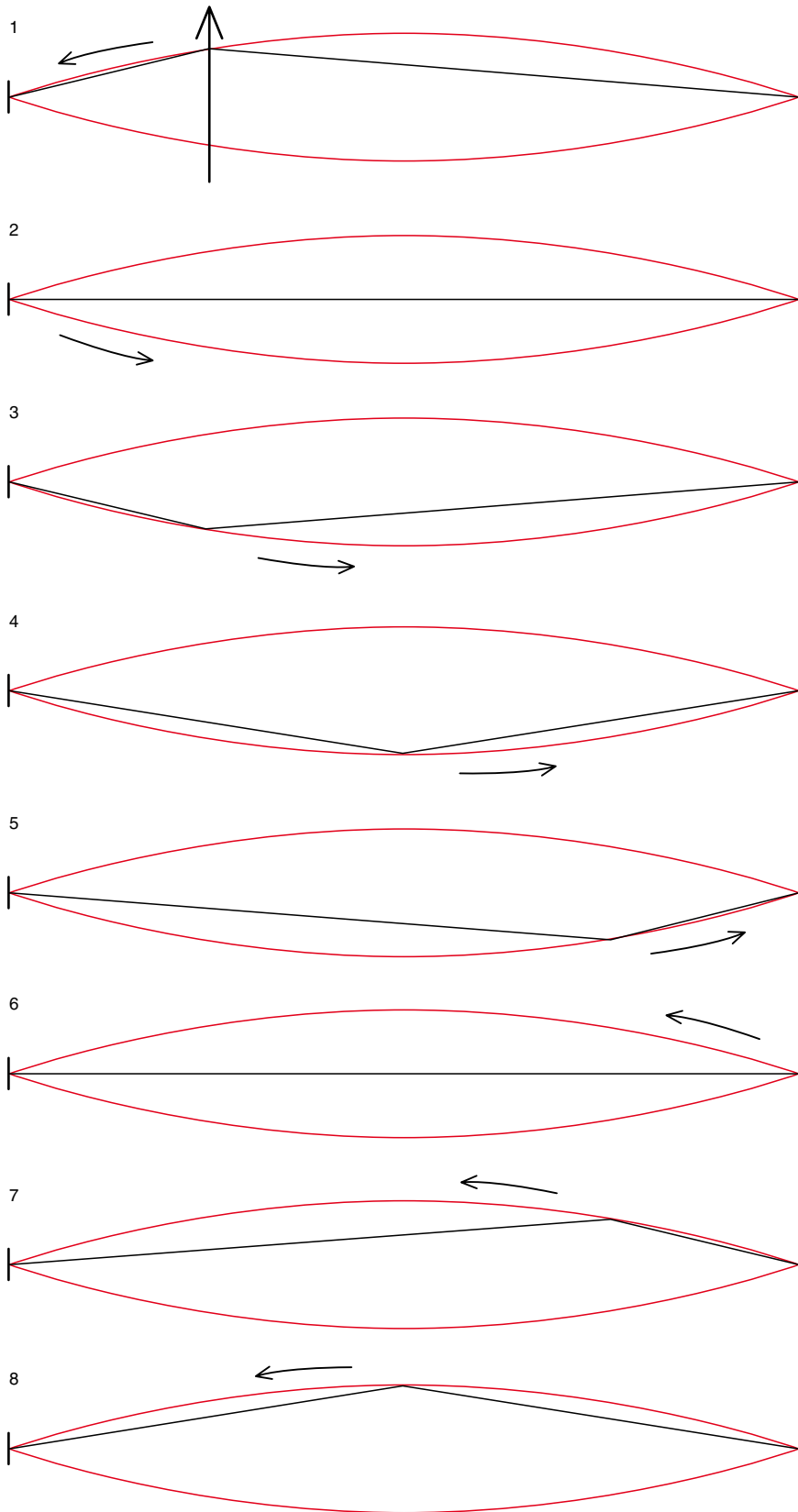
Hay dos hechos físicos muy sencillos que fundamentan el comportamiento de la cuerda frotada. El primero es que la fricción “deslizante” es inferior a la fricción “estática”, siendo el cambio entre una y otra discontinuo y

abrupto. El segundo es que una cuerda flexible y tensa tiene una serie de modos naturales de vibración cuyas frecuencias son múltiplos enteros casi exactos de la frecuencia más grave; el resultado es que la duración de una vibración en el modo primero, o más grave, es igual a la de dos vibraciones en el segundo modo, a la de tres en el tercero y así sucesivamente. La cuerda, por su propia naturaleza, está predispuesta a favorecer ondas “periódicas”, es decir, un número repetitivo de vibraciones similares con una forma de onda dictada por el proceso “retención-deslizamiento”, sin necesidad de que actúen fuerzas externas. La cuerda permite la coexistencia de un sinnúmero de armónicos; las peculiaridades de la fricción lo exigen.

La discontinuidad viajera de Helmholtz es precisamente lo que marca el ritmo para la captura y la liberación de la cuerda allí donde se aplica el arco. Hay una explicación muy antigua que considera a la cuerda como un muelle al que se desplazase periódicamente hacia un lado hasta llegar



2. DESPLAZAMIENTO DE UNA CUERDA FROTADA respecto de su posición media en función del tiempo (las tres primeras curvas de esta ilustración). Las características curvas en zigzag se obtuvieron situando el arco muy cerca de uno de los extremos de la cuerda y generando la señal en el centro (a), cerca del puente (b) y cerca del apoyo (c). En cada caso los dos períodos de tiempo en que se subdivide la vibración están en la misma proporción que las dos longitudes en que el punto de observación divide la cuerda. La curva rectangular de la velocidad (d) corresponde a la curva c.



3. UNA CUERDA FROTADA POR UN ARCO parece ensancharse hasta formar una banda limitada por dos curvas parabólicas (*bordes coloreados*). Hermann von Helmholtz descubrió hace más de un siglo que la forma real de la cuerda en cualquier instante es una línea recta con un codo en un punto (*línea negra*). Este codo recorre los bordes una vez con cada vibración. La dirección de su circulación en esta serie particular de diagramas corresponde al movimiento hacia arriba del arco; si se cambia el sentido del movimiento del arco, la dirección de circulación del codo también cambia. Este movimiento tan particular es una forma de onda estacionaria.

al punto de ruptura de la fricción estática. El muelle se recuperaría y volvería a ser capturado. Pero así no puede explicarse la constancia del número de repeticiones dentro de una gama muy amplia de fuerzas, o “presiones”, aplicadas por la mano a través del arco. La explicación correcta ha de expresarse en términos dinámicos y la ofrece el tiempo constante que se requiere para que el codo recorra dos veces la longitud de la cuerda flexible. La sucesión de los acontecimientos puede verse muy claramente tendiendo una cuerda larga y dando un golpe con una vara cerca de uno de sus extremos. Puede verse cómo se desplaza hasta el otro extremo una deformación, que allí es reflejada. Su regreso se siente a través de la vara (que permanece apoyada sobre la cuerda) como un impulso similar a la fuerza de fricción momentánea sobre la cuerda, que no logra retenerla cuando se escapa, pero sí en el momento de volver a captarla.

Un experimento muy sencillo puede servir para confirmar en parte esta idea de la acción de la cuerda frotada (*véase la figura 4*). Se sitúa un instrumento de modo que sus cuerdas estén en posición horizontal. Un arco ligero, suspendido por su empuñadura mediante un hilo largo, descansa sobre una de las cuerdas en un punto cercano al puente. Un segundo arco provoca una vibración vigorosa en la cuerda. Antes de que el arco suspendido empiece a moverse la cuerda se está deslizando bajo él en todo momento, salvo cuando se invierte el sentido de su movimiento. Como la fricción es prácticamente independiente de la velocidad a la que se produzca el deslizamiento, las fuerzas en las dos direcciones de vibración son las mismas, pero los impulsos impartidos al arco son proporcionales a la duración. La dirección de la aceleración del arco colgante indicará por lo tanto la dirección del movimiento de la cuerda durante el periodo largo.

Pero el experimento muestra que la dirección en la que se mueve el arco suspendido es la misma que la del arco impulsor. Por lo tanto la cuerda se mueve con este último; el movimiento relativo entre el arco propulsor y la cuerda es menor que durante el intervalo corto, por lo que es de suponer que haya adherencia. Si ahora se coloca el arco suspendido cerca del extremo opuesto de la cuerda, se observará que se mueve en el sentido contrario al del arco impulsor.

Helmholtz creyó que la velocidad

de la cuerda durante el retorno era constante. C. V. Raman descubrió medio siglo después que en la mayoría de los casos eso no es más que aproximadamente cierto. El descubrimiento de Raman se produjo en el transcurso de un ingenioso estudio de la acción mecánica del violín que implicaba experimentación y teoría. Su pretensión inicial con respecto a la cuerda frotada era describir su movimiento en términos de ondas progresivas de velocidad transversal, que constituyen las ondas estacionarias del sistema de Helmholtz. Una misma onda puede describirse en función de su desplazamiento o de su velocidad laterales. Una ventaja de centrarse en la velocidad es que así pueden representarse las ondas mediante líneas rectas.

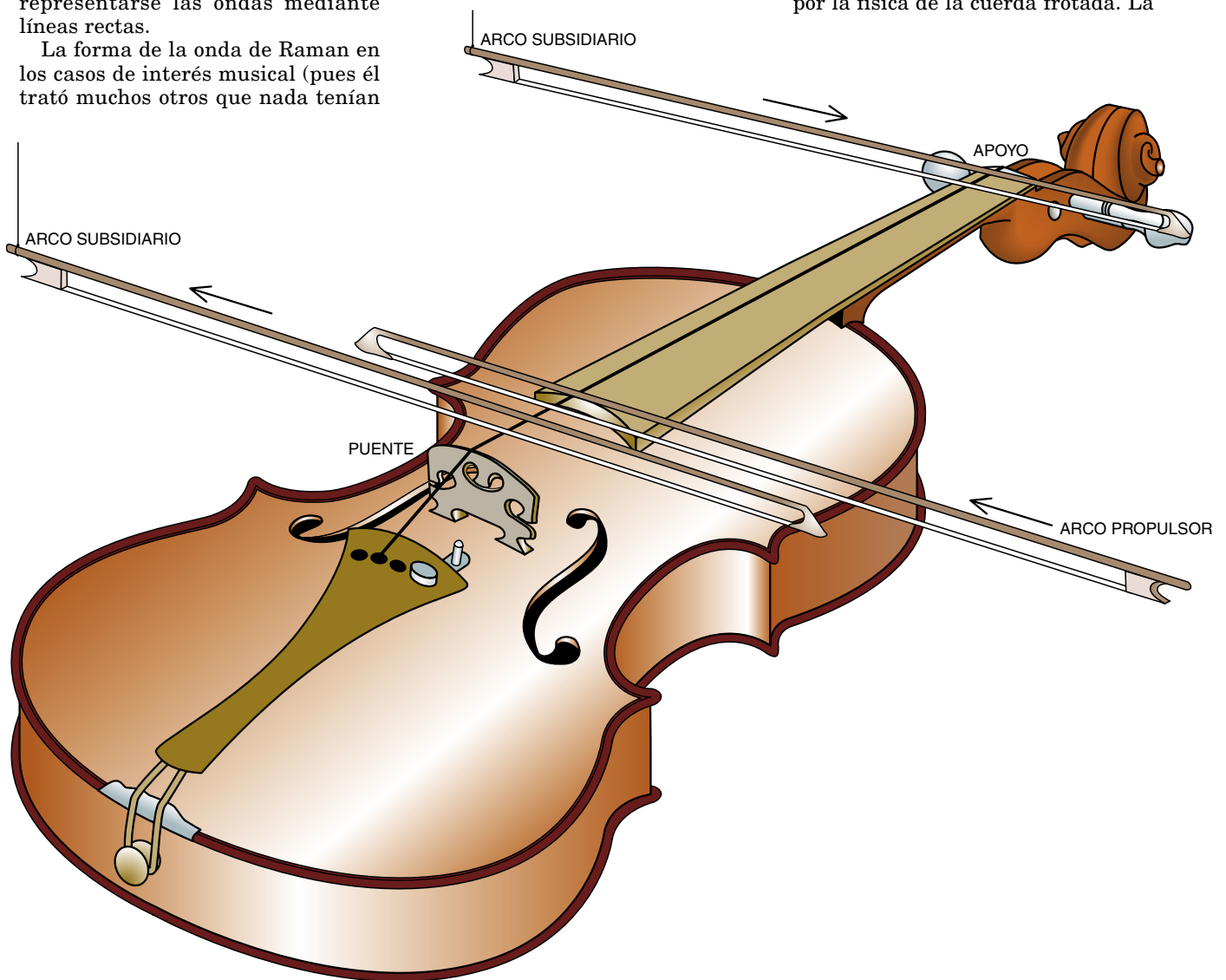
La forma de la onda de Raman en los casos de interés musical (pues él trató muchos otros que nada tenían

que ver con la música) vuelve a ser de zigzag, pero se diferencia de las precedentes en el hecho de que los "zig" son lentos y los "zag" instantáneos (véase la figura 5). Cuando este tipo de onda se refleja en el extremo fijo de la cuerda, ofrece el mismo aspecto que antes, salvo que su dirección de propagación se ha invertido. Cuando la vibración se produce en el modo fundamental, la longitud de la cuerda es la mitad de la distancia entre los zag.

Esta onda de velocidad progresiva tiene interés porque, incidiendo sobre el puente del violín, ejerce una fuerza vibratoria cuya forma es idéntica a sí misma. En la medida en que sea válida

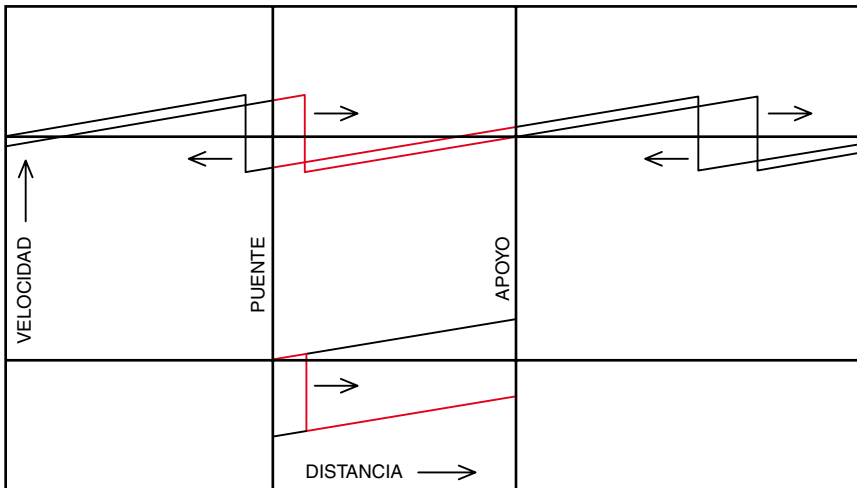
la aproximación de Helmholtz, su estructura armónica representa, por lo tanto, la calidad tímbrica de la cuerda propiamente dicha en un punto del instrumento en el que el espectro sonoro no ha sido influenciado todavía por las resonancias ni por la radiación de la caja. El espectro es muy sencillo: la amplitud del armónico n es $1/n$ veces la amplitud de su frecuencia más grave, o fundamental. Esta relación tan simple es muy importante cuando se estudia el espectro sonoro del violín en su conjunto.

El desarrollo de la teoría de circuitos eléctricos y los progresos de los instrumentos de medida electrónicos produjeron un renovado interés por la física de la cuerda frotada. La

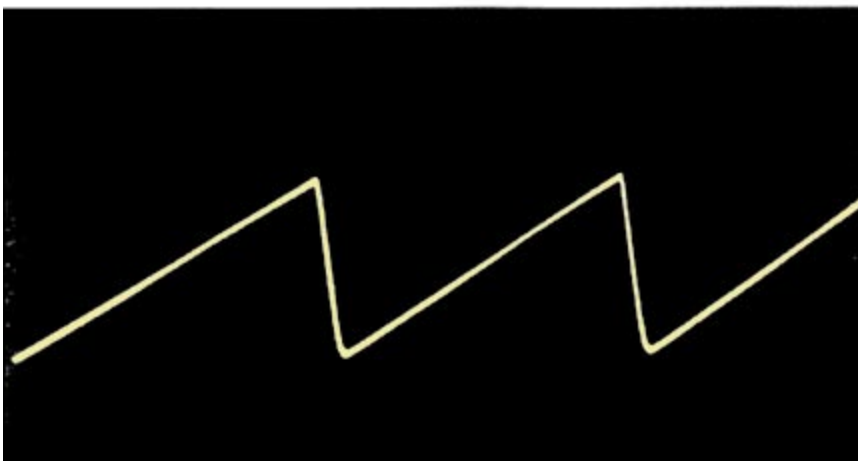


4. EXPERIMENTO DEL ARCO COLGANTE O SEGUIDOR, realizado durante las investigaciones del autor. Confirma en parte la concepción dinámica de Helmholtz sobre lo que sucede en una cuerda frotada por un arco. Con el instrumento situado en posición horizontal, un arco ligero, suspendido por su empuñadura merced a un hilo largo, se apoya en una de las cuerdas en un punto cercano al puente. Un segundo arco pone en fuerte vibra-

ción la cuerda. En esta situación se observa que el arco colgante (después de un breve período de deslizamiento) se mueve en la misma dirección que el arco motor. La dirección en la que se mueve el arco colgante indica la dirección del movimiento de la cuerda durante el mayor intervalo de cada vibración. Cuando el arco colgante se sitúa hacia el otro extremo de la cuerda, su movimiento es en sentido opuesto al del arco propulsor.



5. LAS ONDAS RAMAN fueron introducidas por C. V. Raman para describir el movimiento de las cuerdas frotadas. La forma de esta onda progresiva de velocidad transversal difiere de la onda estacionaria correspondiente de Helmholtz, referente al desplazamiento de la cuerda, en que si bien las subidas siguen siendo lentas, las caídas son ahora instantáneas. Cuando se suman ondas Raman que se desplazan en sentidos opuestos (*arriba*), la onda resultante (*abajo*) muestra que las dos velocidades que se producen alternativamente en cualquier punto de la cuerda dependen de la posición de la discontinuidad entre “deslizamiento” y “adherencia”.



6. MOVIMIENTO DE UNA CUERDA MUY FLEXIBLE en el punto donde se apoya el arco. Estos dos oscilogramas muestran la velocidad de la cuerda (*arriba*) y su desplazamiento (*abajo*) para la misma vibración. En este caso el arco estaba separado del puente por una distancia aproximada de un veinteavo de la longitud de la cuerda. La forma de las curvas se acerca mucho a lo predicho por la concepción de Helmholtz.

mayoría de las cuerdas utilizadas en los instrumentos musicales son eléctricamente conductoras. Si una de estas cuerdas se coloca cerca de un pequeño imán, cuando se mueva en el campo magnético se generará en ella una corriente eléctrica, para cuya observación bastará con hacerla pasar por un amplificador adecuado y llevarla a la entrada de un osciloscopio. La fuerza electromotriz es proporcional a la velocidad de la cuerda. Pueden utilizarse cuerdas pertenecientes a instrumentos auténticos o la de un monocordio, un dispositivo experimental formado por dos grandes puentes anclados sobre una base sólida y dotado con los complementos necesarios para crear tensión en la cuerda y situar un imán (*véase la figura 1*). En mis experimentos se utilizaron dos métodos mecánicos de aplicación del arco, además del manual. Uno de ellos fue un arco rotatorio desarrollado por F. A. Sanders para sus investigaciones sobre el violín y la acción de las cuerdas. El otro era un arco normal accionado por un péndulo de unos 25 kg.

Un circuito electrónico conectado al monocordio (o al instrumento) permite observar en la pantalla la velocidad o el desplazamiento de la cuerda en forma de oscilograma. El primer oscilograma en la figura 6, por ejemplo, muestra la velocidad en el punto de inserción del arco en el caso de una cuerda muy flexible. En el período largo la velocidad está por encima del eje, siendo exactamente la velocidad del arco (si se ignoran las pequeñas fluctuaciones). En el período corto del deslizamiento hay una gran velocidad negativa cuando la cuerda salta hacia atrás para volver a pegarse al arco. En este caso concreto el arco estaba cerca del puente y la forma de la curva es muy similar a la predicha por la concepción de Helmholtz. El zigzag del segundo oscilograma muestra la misma vibración en función del desplazamiento y no de la velocidad.

La simplicidad instrumental no es la única ventaja que tiene la observación de la velocidad en vez de la del desplazamiento, puesto que así resaltan con claridad los detalles de las frecuencias superiores, que de otro modo pasarían desapercibidos.

Si se dispone el circuito de modo que indique el desplazamiento cerca del puente, también indica la fuerza vibratoria transversal aplicada por la cuerda. Puede generarse el puro “sonido de las cuerdas”, independiente de las modificaciones introducidas por el cuerpo del instrumento, si se aplica un imán a cada una de las cuerdas cerca del puente. Las cuatro señales